



# Turbulence a přístupy jejího řešení v CFD

# Obsah přednášky

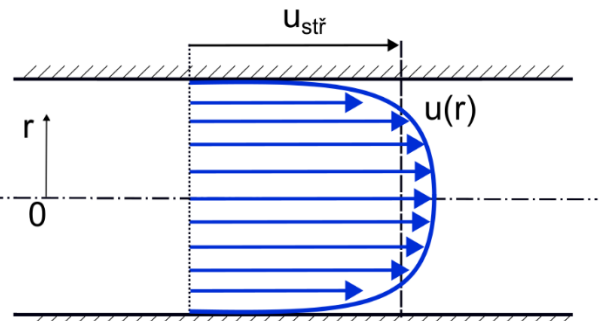
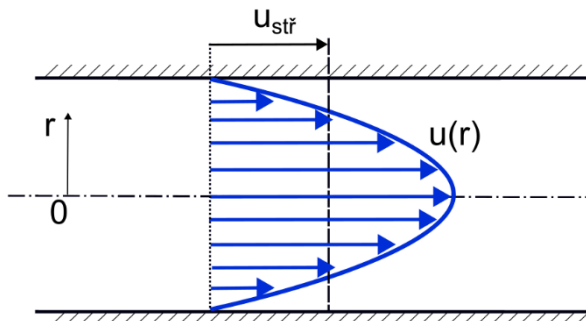
- Turbulence – co to je? Proč je důležité ji řešit?
- Přístupy řešení turbulence v CFD
- Potřeba použití turbulentních modelů
- Nejčastěji používané modely turbulence

# Úvod do turbulence

- Proudění může být laminární, turbulentní, nebo přechodové.
- Většina případů v průmyslové praxi je však turbulentní.
- Řešení laminárního proudu je téměř exaktní (hustota sítě, okrajové podmínky).
- Řešení turbulentního proudu je velkou výzvou a může způsobovat problémy.

Laminární profil

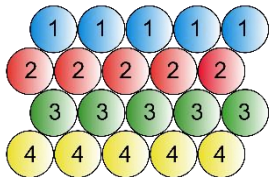
Turbulentní profil



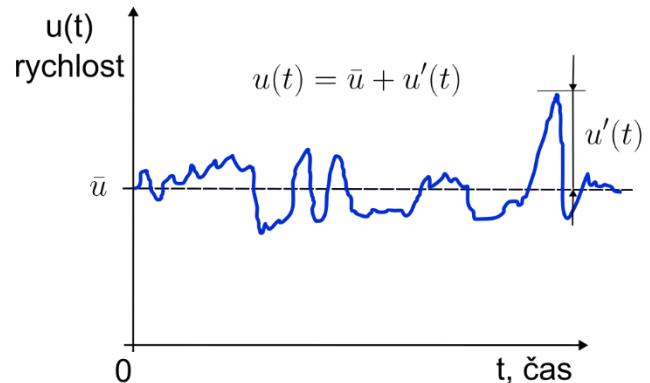
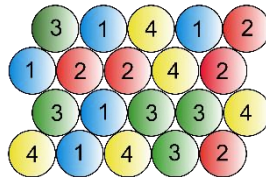
## Úvod do turbulence (2)

- Metoda přímé numerické simulace (Direct Numerical Simulation - DNS) je zatím pro běžné inženýrské aplikace nepoužitelná.
- Její použití by vyžadovalo použití velkého počtu elementů (zachycení turbulentních struktur všech délkových a časových měřítek).
- Proto se ještě stále **musíme** ve většině případů **spoléhat na experimenty a empirické korelace** (vzorce).

PŘED turbulencí



PO turbulenci



## Úvod do turbulence (3)

- **Turbulentní proudy jsou charakteristické náhodnými a náhlými změnami (fluktuaace) veličin**, většinou v oblastech zavíření proudu.
- Tyto oblasti potřebujeme nějak zachytit/popsat pomocí jednodušších principů bez nutnosti použití velmi husté sítě.
- Jednou z možností je se inspirovat molekulárním pohybem (Boussinesq).
- V laminárním proudu je molekulární viskozita příčinou smykového (tečného) napětí.
- V turbulentním proudu je toto smykové napětí také, avšak vyskytuje se zde navíc ještě **přídavné (turbulentní) smykové napětí, které je důsledkem turbulentních fluktuací**.

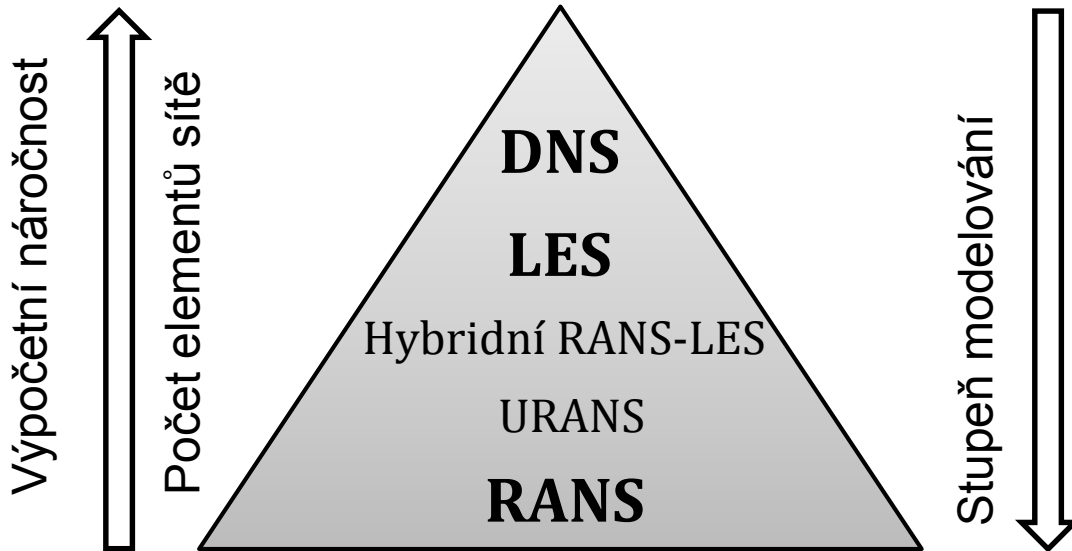
$$\tau_{\text{celk}} = \tau_{\text{lam}} + \tau_{\text{tur}}$$

(1)

## Úvod do turbulence (4)

- Jelikož je většina proudění v praktických aplikacích turbulentní, je **nutné vhodně volit odpovídající model turbulence**, použít vhodný způsob řešení u stěny a správně zadat okrajové podmínky.
- Použitím turbulentního modelu klesají požadavky na hustotu výpočetní sítě (v porovnání s dalšími přístupy řešení metodou LES nebo DNS).
- **Neexistuje univerzální model** pro všechny případy turbulentních proudů.
- Modely turbulence se snaží zachytit a popsat účinky turbulence na parametry proudu pomocí dodatečných vztahů nebo bilančních rovnic.
- Modely se snaží o zachycení jevů jako jsou směšování nebo difúze, které jsou způsobeny přítomností turbulentních struktur.
- **Výsledky CFD simulací jsou závislé na použitém modelu turbulence.**

## Přístupy řešení turbulence v CFD



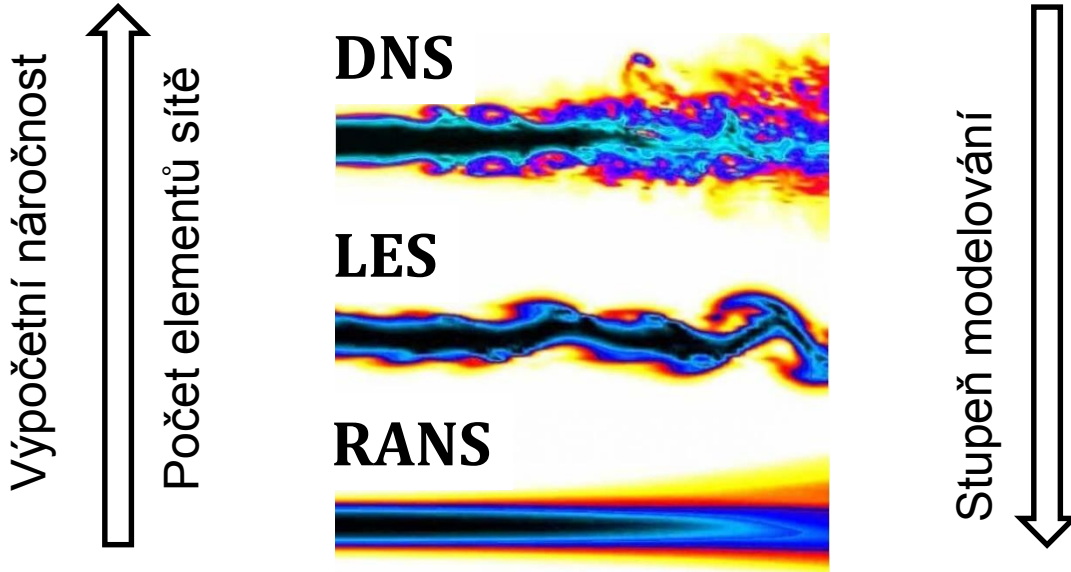
\*Direct Numerical Simulation

\*Large Eddy Simulation

\*Reynolds-Averaged Navier-Stokes

\*Unsteady RANS (pro nestacionární úlohy)

## Přístupy řešení turbulence v CFD (2)



\*Direct Numerical Simulation

\*Large Eddy Simulation

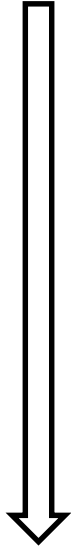
\*Reynolds-Averaged Navier-Stokes

\*Unsteady RANS (pro nestacionární úlohy)



# Modely turbulence skupiny RANS

Výpočetní náročnost



1-rovnicové modely: např. Spalart-Allmaras model
2-rovnicové modely: modely typu $k-\epsilon$ (Standard, RNG, Realizable*) modely typu $k-\omega$ (Standard, BSL, SST*)
Více-rovnicové modely: Reynolds Stress (Reynoldsova napětí) modely (RSM)
Modely pro popis přechodového proudění: např. $k-k_l-\omega$ model, Transition SST model, ...

DES  
LES  
DNS } **Nepatří mezi modely skupiny RANS**

# Oblasti použití modelů skupiny RANS

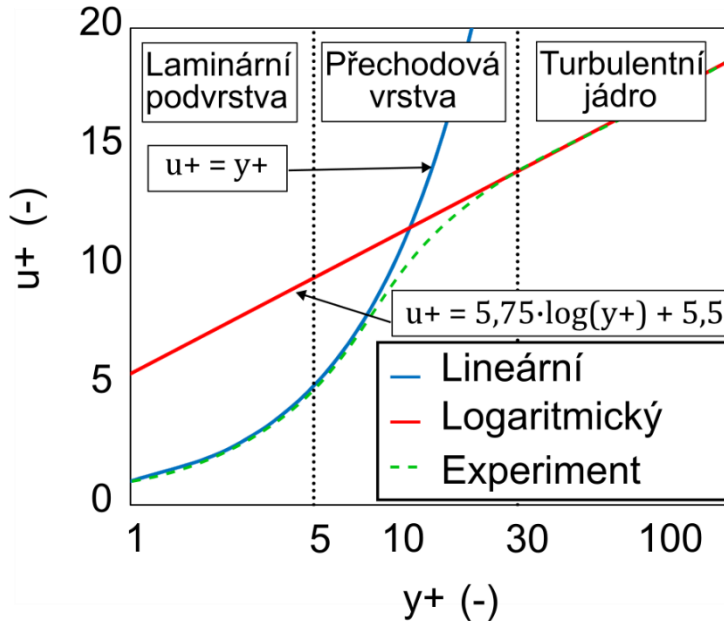
Model	Chování a oblast použití
<b>Spalart-Allmaras</b>	Ekonomický model pro velké sítě. Dobrý pro lehce složitější případy (kvazi-2D) vnějšího i vnitřního proudění a proudění v mezních vrstvách pod tlakovým gradientem (např. profily, křídla, trupy letadel, raket, trupy lodí). Neuspokojivé výsledky pro 3D proudění, volné smykové vrstvy, proudění se silným odtržením.
<b>Standard k-<math>\epsilon</math></b>	Robustní model. Velmi často používaný navzdory jeho nedostatkům. Neuspokojivé výsledky pro komplexní proudění s nepříznivým tlakovým gradientem, odtržením, nebo silným zakřivením. Vhodný jako startovní model pro inicializaci, počáteční studium alternativních tvarů a parametrické studie.
<b>Realizable k-<math>\epsilon</math></b>	Vhodný pro složitější proudění zahrnující velká tečná napětí nebo často se měnící napětí, schopný modelovat mírné zavíření, lokálně přechodové proudění (např. odtržení mezní vrstvy, odtrhávání proudu a tvorba úplavu za obtékanými tělesy, odtržení v difuzoru, ventilace místnosti).
<b>RNG k-<math>\epsilon</math></b>	Vlastnosti podobné modelu k- $\epsilon$ Realizable, občas problémy s konvergencí úlohy.
<b>Standard k-<math>\omega</math></b>	Výborný pro stěnami ohraničené proudění s mezní vrstvou, volné smykové oblasti, proudění s nízkým Reynoldsovým číslem v porovnání s modely typu k- $\epsilon$ . Vhodný pro složitější případy proudění s mezní vrstvou pod nepříznivým tlakovým gradientem a pro modelování odtržení (vnější aerodynamika a průtočné části energetických strojů). V některých případech odtržení nadhodnocuje a predikuje jej příliš brzy. Výsledky výrazně závislé na vstupních okrajových podmínkách turbulence.
<b>BSL k-<math>\omega</math></b>	Podobný jako model k- $\omega$ SST. Dobrý pro složitější případy proudění, kde model SST nadhodnocuje odtržení proudu.
<b>SST k-<math>\omega</math></b>	Podobné výhody jako model k- $\omega$ standard. Není citlivý na nastavení vstupních okrajových podmínek turbulence jako model k- $\omega$ standard. Většinou predikuje odtržení proudu lépe než ostatní modely ze skupiny RANS.
<b>RSM</b>	Popisuje fyziku turbulence nejlépe ze všech modelů skupiny RANS. Nepředpokládá izotropickou turbulenci. Vyšší nároky na výkon a paměť PC. Horší konvergence úlohy z důvodu provázanosti Reynoldsových napětí (coupling). Vhodný pro komplexní 3D proudění se silným zakřivením proudu, silné zavíření nebo rotace (např. zakřivené potrubí, rotační kanály, vířivé spalovací komory, cyklonové odlučovače, ...).

# Oblasti použití modelů skupiny RANS

Model	Chování a oblast použití
<b>Spalart-Allmaras</b>	Ekonomický model pro velké sítě. Dobrý pro lehce složitější případy (kvazi-2D) vnějšího i vnitřního proudění a proudění v mezních vrstvách pod tlakovým gradientem (např. profily, křídla, trupy letadel, raket, trupů lodí). Neuspokojivé výsledky pro 3D proudění, volné smykové vrstvy, proudění se silným odtržením.
<b>Standard k-<math>\epsilon</math></b>	Robustní model. Velmi často používaný navzdory jeho nedostatkům. Neuspokojivé výsledky pro komplexní proudění s nepříznivým tlakovým gradientem, odtržením, nebo silným zakřivením. Vhodný jako startovní model pro inicializaci, počáteční studium alternativních tvarů a parametrické studie.
<b>Realizable k-<math>\epsilon^*</math></b>	Vhodný pro složitější proudění zahrnující velká tečná napětí nebo často se měnící napětí, schopný modelovat mírné zavíření, lokálně přechodové proudění (např. odtržení mezní vrstvy, odtrhávání proudu a tvorba úplavu za obtékanými tělesy, odtržení v difuzoru, ventilace místnosti).
<b>RNG k-<math>\epsilon</math></b>	Vlastnosti podobné modelu k- $\epsilon$ Realizable, občas problémy s konvergencí úlohy.
<b>Standard k-<math>\omega</math></b>	Výborný pro stěnami ohraničené proudění s mezní vrstvou, volné smykové oblasti, proudění s nízkým Reynoldsovým číslem v porovnání s modely typu k- $\epsilon$ . Vhodný pro složitější případy proudění s mezní vrstvou pod nepříznivým tlakovým gradientem a pro modelování odtržení (vnější aerodynamika a průtočné části energetických strojů). V některých případech odtržení nadhodnocuje a predikuje jej příliš brzy. Výsledky výrazně závislé na vstupních okrajových podmínkách turbulence.
<b>BSL k-<math>\omega</math></b>	Podobný jako model k- $\omega$ SST. Dobrý pro složitější případy proudění, kde model SST nadhodnocuje odtržení proudu.
<b>SST k-<math>\omega^*</math></b>	Podobné výhody jako model k- $\omega$ standard. Není citlivý na nastavení vstupních okrajových podmínek turbulence jako model k- $\omega$ standard. Většinou predikuje odtržení proudu lépe než ostatní modely ze skupiny RANS.
<b>RSM</b>	Popisuje fyziku turbulence nejlépe ze všech modelů skupiny RANS. Nepředpokládá izotropickou turbulenci. Vyšší nároky na výkon a paměť PC. Horší konvergence úlohy z důvodu provázanosti Reynoldsových napětí (coupling). Vhodný pro komplexní 3D proudění se silným zakřivením proudu, silné zavíření nebo rotace (např. zakřivené potrubí, rotační kanály, vířivé spalovací komory, cyklonové odlučovače, ...).

## Přístupy při řešení turbulentního proudu u stěny

- V blízkosti stěny platí tzv. **Univerzální zákon stěny** v turbulentním proudu:



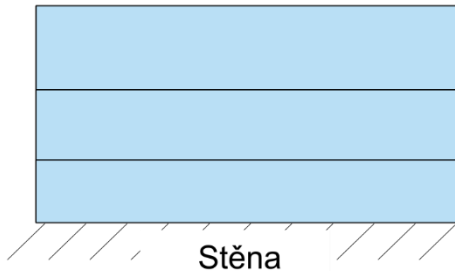
$$u^+ = \frac{u}{u_\tau} \quad (2)$$

$$y^+ = \frac{\rho u_\tau y}{\mu} \quad (3)$$

$$u_\tau = \sqrt{\frac{|\tau_w|}{\rho}} \quad (4)$$

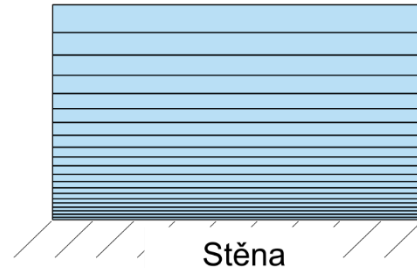
## Přístupy při řešení turbulentního proudu u stěny (2)

- Rozlišujeme **2 základní způsoby** řešení turbulentního proudění v blízkosti stěny:
  - 1) Pomocí tzv. **stěnových funkcí**
  - 2) Pomocí **zahuštění sítě** (přímé řešení mezní vrstvy)



1) Využití stěnových funkcí

$$30 < y^+ < 200$$



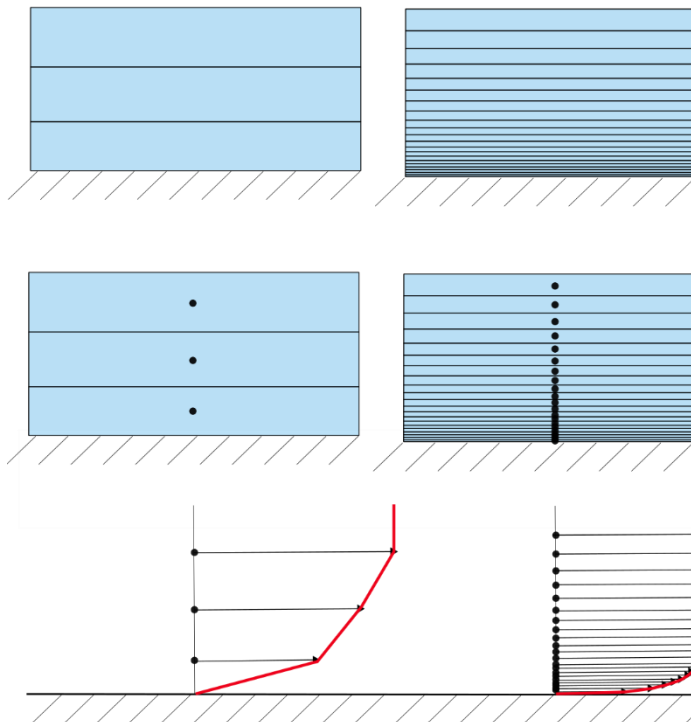
2) Přímé řešení profilu v mezní vrstvě

$$y^+ \leq 5$$
$$(y^+ \approx 1)$$

# Přístupy při řešení turbulentního proudu u stěny (3)

Stěnové funkce

Zahuštění sítě



## Boussinesqova hypotéza

- Průměrování/středování N-S rovnic způsobí, že se v rovnicích objeví **dodatečné členy, tzv. Reynoldsova napětí**:

$$\frac{\partial(\rho\bar{U})}{\partial t} + \nabla \cdot \{\rho\bar{U}\bar{U}\} = -\nabla p + \nabla \cdot \{\mu[\nabla\bar{U} + (\nabla\bar{U})^T]\} - \nabla \cdot \left(\frac{2}{3}\mu(\nabla \cdot \bar{U})\right) - \nabla \cdot \underbrace{\{\rho\bar{U}'\bar{U}'\}}_{\text{Reynoldsova napětí}} + \rho\mathbf{g} \quad (5)$$

**Reynoldsova napětí**

- Abychom uzavřeli systém řešených rovnic, je nutné Reynoldsova napětí nějakým způsobem vyjádřit/modelovat.
- Nejčastěji se využívá tzv. **Boussinesqovy hypotézy**.

$$\underbrace{-\rho\bar{U}'\bar{U}'}_{\text{Reynoldsova napětí}} = \underbrace{\mu_t\{\nabla\bar{U} + (\nabla\bar{U})^T\}}_{\text{Gradienty střední rychlosti}} - \frac{2}{3}\rho k\mathbf{I} - \frac{2}{3}(\nabla \cdot \bar{U})\mathbf{I} \quad (6)$$

- Dále je potřeba určit turbulentní viskozitu  $\mu_t$ , která je závislá na parametrech turbulence.

## k-ε model

- Standardní verze modelu k-ε je popsána následujícími rovnicemi :

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U}k) = \nabla \cdot \left( \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right) + \underbrace{P_k + P_b - \rho \epsilon + S_k}_{\text{Zdrojové členy (produkce a destrukce)}} \quad (7)$$

**Zdrojové členy (produkce a destrukce)**

$$\frac{\partial(\rho \epsilon)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U}\epsilon) = \nabla \cdot \left( \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \nabla \epsilon \right) + \underbrace{C_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} (P_k + C_{3\epsilon} P_b) - C_{2\epsilon} \rho \frac{\epsilon^2}{k} + S_\epsilon}_{\text{Zdrojové členy (produkce a destrukce)}} \quad (8)$$

**Zdrojové členy (produkce a destrukce)**

- Kde  $\mu_t$  je turbulentní dynamická viskozita definována jako:

$$\mu_t = C_\mu \frac{\rho k^2}{\epsilon} \quad (9)$$

- $P_k$  a  $P_b$  jsou produkční členy způsobené tečným napětím střední rychlosti a vzlakem.
- $S_k$  a  $S_\epsilon$  jsou uživatelsky definované zdroje  $k$  a  $\epsilon$ .



k- $\epsilon$  model (2)

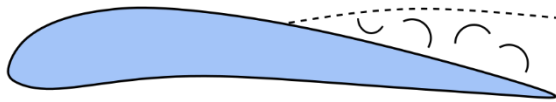
- Hodnoty koeficientů  $C_\mu$ ,  $C_{1\epsilon}$ ,  $C_{2\epsilon}$  a  $C_{3\epsilon}$  se liší mezi jednotlivými varianty modelu (Standard, RNG, Realizable).
- Koeficienty modelu k- $\epsilon$  standard se vyvíjely postupem času.

Model	$\sigma_k$	$\sigma_\epsilon$	$C_{1\epsilon}$	$C_{2\epsilon}$	$C_\mu$
Jones & Launder (1972)	1.0	1.3	<b>1.55</b>	<b>2.0</b>	0.09
Launder & Spalding (1974)	1.0	1.3	<b>1.44</b>	<b>1.92</b>	0.09
Launder & Sharma (1974)	1.0	1.3	<b>1.44</b>	<b>1.92</b>	0.09

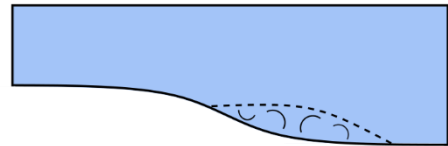
- Koeficienty od Launder & Sharma (1974) jsou nejaktuálnější a jsou používané v aktuálních verzích programů Ansys Fluent/CFX, Star CCM+ a OpenFOAM.

## k- $\epsilon$ model (3)

- Model **k- $\epsilon$  standard** není přesný pro predikci proudění v mezní vrstvě s nepříznivým tlakovým gradientem.
- V nadzvukovém proudu za přítomnosti rázových vln je jeho přesnost ještě slabší.
- Je potřeba lepšího modelu pro popis proudění ve vnější aerodynamice a průtočných částech energetických strojů.
- Existuje celá řada modelů pro lepší popis proudění s nepříznivým tlakovým gradientem, např. Spalart - Allmaras, k -  $\omega$  Standard, k -  $\omega$  SST, ...



Održení na profilu



Održení v difuzoru

k- $\omega$  model

- Standardní verze modelu k- $\omega$  model je popsána následujícími rovnicemi:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U} k) = \nabla \cdot \left( \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right) + \underbrace{P_k + P_b - \rho \epsilon + S_k}_{\text{Zdrojové členy (produkce a destrukce)}} \quad (10)$$

**Zdrojové členy (produkce a destrukce)**

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U} \omega) = \nabla \cdot \left( \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \right) \nabla \omega \right) + \underbrace{\alpha \frac{\omega}{k} \rho P_k - \beta \rho \omega^2 + S_\omega}_{\text{Zdrojové členy (produkce a destrukce)}} \quad (11)$$

**Zdrojové členy (produkce a destrukce)**

- Obě veličiny  $\omega$  a  $\epsilon$  popisují disipaci turbulentní kinetické energie ( $k$ ).
- k- $\omega$  model má odlišné hodnoty empirických koeficientů ( $\alpha = 5/9$ ,  $\beta = 0.075$ ,  $\beta^* = C_\mu$ ,  $\sigma_k = 2$ ,  $\sigma_\omega = 2$ ).
- Můžeme poměrně snadno získat  $\epsilon$  pomocí  $k$  a  $\omega$  dle následujícího vztahu

$$\epsilon = C_\mu \omega k = \beta^* \omega k \quad (12)$$

## k- $\omega$ model (2)

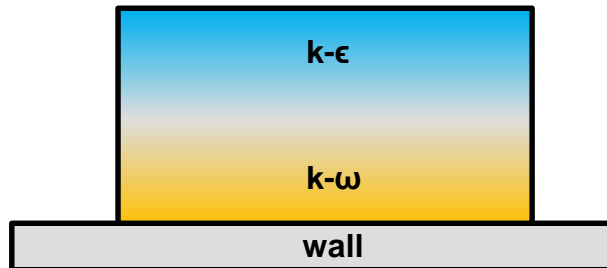
- Turbulentní viskozita je počítána ze vztahu:

$$\mu_t = \frac{\rho k}{\omega} = C_\mu \frac{\rho k^2}{\epsilon} \quad (13)$$

- k- $\omega$  model je přesnější než k- $\epsilon$  model v případech nepříznivého tlakového gradientu nebo mírného odtržení proudu.
- Nicméně i malé změny v okrajové podmínce turbulence volného proudu mají významný dopad na výsledky.
- Toto lze obejít použitím jednoho z tzv. hybridních modelů, jenž kombinuje model k- $\omega$  s modelem k- $\epsilon$ .
- Výsledkem je pak model k- $\omega$  SST nebo k- $\omega$  BSL model.

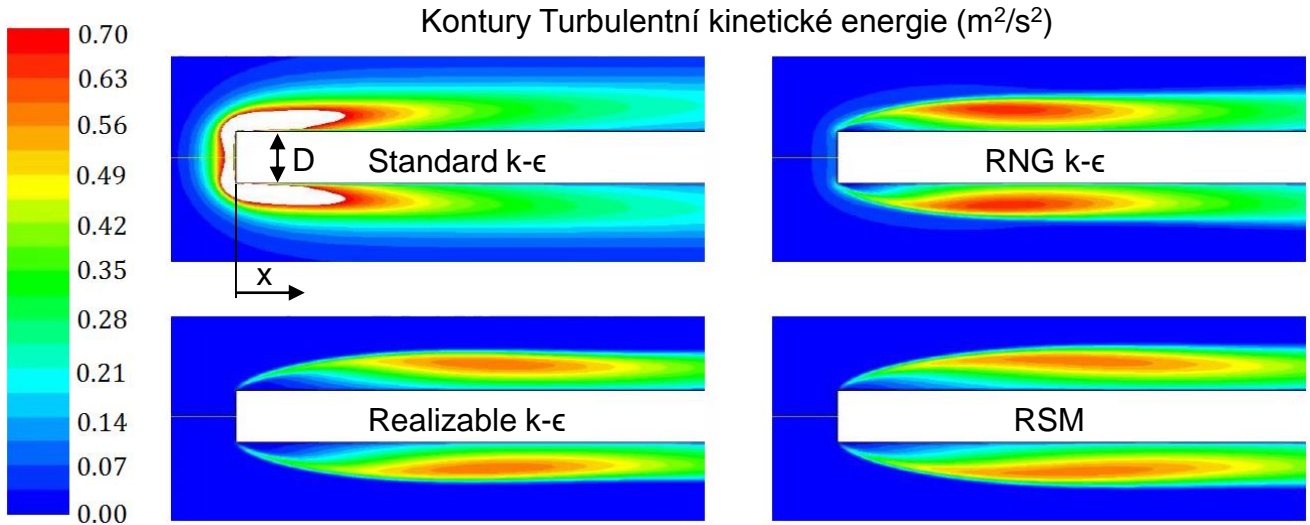
## k- $\omega$ SST model

- Model k- $\omega$  SST (Shear Stress Transport) je tzv. hybridním 2-rovnicovým modelem, který **kombinuje přednosti standardních verzí modelů typu k- $\epsilon$  a k- $\omega$ .**
- **Model k- $\omega$  Standard popisuje daleko lépe proudění v mezní vrstvě** v porovnání s modely typu k- $\epsilon$ .
- Původní model k- $\omega$  Standard (Wilcox) je příliš citlivý na nastavenou hodnotu veličiny  $\omega$  (OP) ve volném proudu, zatímco tento nedostatek model k- $\epsilon$  nemá.
- Modely typu k- $\epsilon$  a k- $\omega$  jsou zkombinovány tak, že **model k- $\omega$  SST se chová jako model typu k- $\omega$  u pevné stěny a jako model typu k- $\epsilon$  ve volném proudu.**



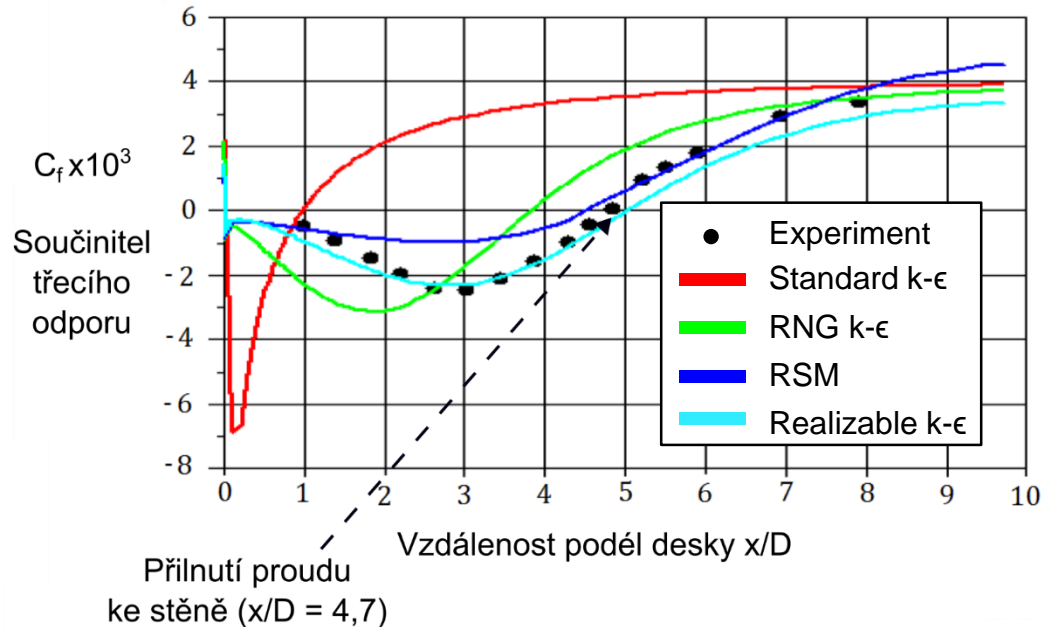
## Příklad: Turbulentní proudění okolo desky

- Například model  $k-\epsilon$  Standard výrazně nadhodnocuje produkci turbulence v místě stagnace proudu.



## Příklad: Turbulentní proudění okolo desky (2)

- Naproti tomu model  $k-\epsilon$  Standard značně podhodnocuje velikost separační bubliny, zatímco model  $k-\epsilon$  Realizable zachycuje tuto velikost relativně přesně.



## Shrnutí přednášky

- Turbulence jako jeden z fyzikálních jevů
- Přístupy řešení turbulence (**DNS**, **LES**, **RANS**)
- Potřeba modelování turbulentního proudění (RANS)
- Běžně používané modely RANS (2-rovnicové modely: **k- $\epsilon$**  a **k- $\omega$** )





Děkuji za pozornost!